



# MECANIQUE DES FLUIDES

## Débit volumique et massique

### EXERCICE 1

a) Rappeler la formule donnant le débit volumique (cas d'un débit constant) ; préciser les unités.

b) Rappeler la formule donnant le débit massique (cas d'un débit constant); préciser les unités.

Débit volumique ( $m^3 \cdot s^{-1}$ )  $\rightarrow$   $Q_v = \frac{V}{t}$

← Volume ( $m^3$ )  
← Temps (s)

Débit massique ( $kg \cdot s^{-1}$ )  $\rightarrow$   $Q_m = \frac{M}{t}$

← Masse (kg)  
← Temps (s)

c) Rappeler la formule liant les débits volumique et massique et la masse volumique ; préciser les unités.

Passer du débit volumique au débit massique revient à passer du volume à la masse ; le lien entre ces deux grandeurs est la masse volumique  $\rho$  du milieu fluide considéré.

Par définition, on a :  $\rho = \frac{M}{V} \Leftrightarrow M = \rho \cdot V$

Si on injecte cette expression dans celle du débit massique  $Q_m$ , on a :

$Q_m = \frac{M}{t} = \frac{\rho \cdot V}{t} = \rho \cdot \frac{V}{t} = \rho \cdot Q_v \Rightarrow$

$Q_m = \rho \cdot Q_v$

Masse volumique ( $kg \cdot m^{-3}$ )  
↑ Débit massique ( $kg \cdot s^{-1}$ )      ↑ Débit volumique ( $m^3 \cdot s^{-1}$ )

### EXERCICE 2

Une cuve a une contenance  $C = 3000 \text{ l}$ . Initialement vide, on la remplit avec de l'eau  $\rho = 1000 \text{ kg} \cdot m^{-3}$  en une durée  $t = 4 \text{ min}$ . Le débit d'eau est supposé constant.

a) Calculer le débit volumique  $Q_v$  en  $l \cdot s^{-1}$ .

Compte tenu de l'unité demandé ( $l \cdot s^{-1}$ ), on peut préalablement convertir la durée :  $4 \text{ min} \equiv 4 \times 60 = 240 \text{ s}$

$$Q_v = \frac{V}{t} = \frac{3000}{240} = 12,5 \text{ l} \cdot \text{s}^{-1}$$

b) Convertir le débit volumique en  $m^3 \cdot s^{-1}$ .

Il faut mille litres pour faire un mètre cube, donc un millième de mètre cube pour faire un litre :

$$1 \text{ l} = 10^{-3} \text{ m}^3$$

Donc

$$Q_v = 12,5 \cdot 10^{-3} = 0,0125 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$$

c) Calculer le débit massique en  $kg \cdot s^{-1}$ .

On a établi tout à l'heure la relation entre les débits massique et volumique donc :

$$Q_m = \rho \cdot Q_v = 1000 \times 0,0125 \cdot 10^{-3} = 12,5 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$$

On vide la cuve pleine avec un débit  $Q_V' = 600 \text{ l} \cdot \text{min}^{-1}$

d) Calculer en *min* puis en *s* la durée  $t_{\text{vidange}}$  de la vidange.

$$Q_V' = \frac{C}{t_{\text{vidange}}} \Leftrightarrow t_{\text{vidange}} = \frac{C}{Q_V'} = \frac{3000}{600} = 5 \text{ min}$$

$$1 \text{ min} \equiv 60 \text{ s} \Rightarrow t_{\text{vidange}} = 5 \times 60 = 300 \text{ s}$$

### EXERCICE 3

Une station de pompage d'eau débite de l'eau avec un débit  $Q_V = 0,65 \text{ m}^3 \cdot \text{min}^{-1}$ . Elle fonctionne 24h/24. L'eau est récupérée et transportée par des camions citerne dont la capacité est  $C_{\text{camion}} = 10000 \text{ l}$ .

a) Calculer en  $\text{m}^3$  le volume journalier  $V$  qui est pompé.

Le débit d'eau  $Q_V$  est donné en  $\text{m}^3 \cdot \text{min}^{-1}$ ; il donc faut soit le ramené en  $\text{m}^3 \cdot \text{j}^{-1}$  soit ramener la journée (24 heures) en minutes; c'est comme on veut...

Choix : on ramène  $Q_V$  en  $\text{m}^3 \cdot \text{j}^{-1}$

$$Q_V = 0,65 \times (60 \times 24) = 936 \text{ m}^3 \cdot \text{j}^{-1}$$

Or,

$$Q_V = \frac{V}{t} \Leftrightarrow V = Q_V \times t$$

Ainsi, pour une journée ( $t = 1 \text{ j}$ ), le volume journalier sera :

$$V = Q_V \times t = 936 \times 1 = 936 \text{ m}^3$$

b) Calculer en *min* le temps nécessaire pour remplir la citerne d'un camion.

La capacité du camion étant donnée en litres, on convertit le débit dans l'unité adéquate :

$$1 \text{ m}^3 = 10^3 \text{ l} \Rightarrow Q_V = 0,65 \times 1000 = 650 \text{ l} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$Q_V = \frac{C_{\text{camion}}}{t} \Leftrightarrow t = \frac{C_{\text{camion}}}{Q_V} = \frac{10000}{650} = 15,38 \text{ min} \quad (15 \text{ min et } 21 \text{ s})$$

c) Calculer le nombre quotidien de camions nécessaire pour évacuer l'eau pompée.

Le volume journalier est  $V = 936 \text{ m}^3$  et un camion a une capacité  $C_{\text{camion}} = 10000 \text{ l} \equiv \frac{10000}{1000} = 10 \text{ m}^3$ .

Soit  $k$  le nombre de camion à remplir chaque jour; on a :

$$k = \frac{V}{C_{\text{camion}}} = \frac{936}{10} = 93,6$$

On peut arrondir ce résultat à l'entier supérieur, soit  $k = 94 \text{ camions}$

#### EXERCICE 4

Une Laiterie fonctionne 24h/24 ; elle remplit des bouteilles de lait de contenance  $C_b = 1\text{ l}$  ; le temps de remplissage d'une bouteille est  $t_R = 3,7\text{ s}$ . Le temps de changement de bouteille (pour remplacer une pleine par une vide) est  $t_C = 0,5\text{ s}$ .

a) Calculer le débit volumique  $Q_V$  en  $\text{l} \cdot \text{s}^{-1}$  durant le remplissage.

$$Q_V = \frac{V}{t} = \frac{1}{3,7} = 0,270\text{ l} \cdot \text{s}^{-1} \quad (\text{arrondi au } 1/1000^{\text{ème}} \text{ pour montrer la précision retenue})$$

b) Calculer le débit massique  $Q_M$  en  $\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$  durant le remplissage.

Masse volumique du lait (Section « Matériaux »>> A1) :  $\rho = 1030\text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

Préalable sur les unités :  $1\text{ l} = 10^{-3}\text{ m}^3 \Rightarrow Q_V = \frac{0,27}{1000} = 2,7 \cdot 10^{-4}\text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$

$$Q_M = \rho \cdot Q_V = 1030 \times 2,7 \cdot 10^{-4} = 0,278\text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$$

c) Calculer le nombre de bouteilles remplies en une journée de 24 heures.

Remplir une bouteille dure  $t_R = 3,7\text{ s}$  mais, avant de remplir la suivante, il faut faire le changement qui dure  $t_C = 0,5\text{ s}$ .

Ainsi, la durée totale du traitement d'une bouteille est  $T = t_R + t_C = 3,7 + 0,5 = 4,2\text{ s}$

Par ailleurs, une journée (de 24 heures) comporte  $t_{\text{journée}} = 24 \times 60 \times 60 = 86400\text{ s}$

Soit  $k$  le nombre de bouteilles de 1 litre remplies chaque jour ; on a :

$$k = \frac{t_{\text{journée}}}{T} = \frac{86400}{4,2} = 20571\text{ bouteilles}$$

d) Calculer le tonnage journalier.

*Il y a ici plein de façons différentes (mais équivalentes) pour répondre.*

20571 bouteilles de 1 litres donnent un volume total de  $20,571\text{ m}^3$ .

Or,  $\rho = 1030\text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  et  $\rho = \frac{M}{V} \Leftrightarrow M = \rho \cdot V = 1030 \times 20,571 = 21188\text{ kg}$

L'usine traite donc 21,2 tonnes de lait chaque jour.

e) Calculer le débit volumique moyen  $Q_{\text{moy}}$  en  $\text{l} \cdot \text{j}^{-1}$ .

Le nombre de litres étant égal au nombre de bouteilles, la réponse est immédiate :  $Q_{\text{moy}} = 20571\text{ l} \cdot \text{j}^{-1}$